

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 182.

**Содержаніе:** Ромбическій тридцатигранникъ. П. Свѣшниксва. — Исторія барометра (по поводу 250-лѣтія его существованія). О. Пергамент. — Математическія мелочи. — Научная хроника. — Изобрѣтенія и открытія. — Разныя извѣстія. — Смѣсь. — Доставленныя въ редакцію книги и брошюры. — Задачи на испытанія зрѣлости. — Задачи (третья серія) №№ 7—12. — Маленькіе вопросы № 4. — Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 282, 420, 430, 431, 509. — Запоздавшія рѣшенія. — Поправка. — Справочная таблица № XXVII. — Библиографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій. — Объявленія.

### РОМБИЧЕСКІЙ ТРИДЦАТИГРАННИКЪ.

Въ курсахъ элементарной геометріи и въ сборникахъ геометрическихъ и тригонометрическихъ задачъ совсѣмъ не упоминается о ромбическомъ тридцатигранникѣ, хотя этотъ многогранникъ обладаетъ многими интересными свойствами и близко подходитъ къ правильнымъ многогранникамъ. Точно также мало можно встрѣтить указаній на свойства ромбическаго двѣнадцатигранника. Для пополненія этого пробѣла достаточно показать свойства перваго изъ упомянутыхъ многогранниковъ, такъ какъ свойства втораго можно доказать тѣми-же способами, но значительно легче.

Если черезъ каждое ребро правильнаго двадцатигранника проведемъ плоскость, одинаково наклоненную къ сторонамъ соотвѣтствующаго двуграннаго угла, то всѣ эти плоскости образуютъ своимъ взаимнымъ пересѣченіемъ нѣкоторый тридцатигранникъ, который называется ромбическимъ, такъ какъ онъ ограниченъ равными ромбами.

Плоскость, проходящая черезъ какое-нибудь ребро правильнаго двадцатигранника, пересѣкается четырьмя плоскостями, проходящими черезъ сосѣднія ребра, по четыремъ прямымъ, образующимъ четырехугольникъ. Такимъ образомъ стороны изслѣдуемаго нами тридцатигранника будутъ четырехугольники. Разсмотримъ теперь его углы.

Они будутъ двухъ родовъ: пятигранные и трехгранные. Первыхъ 12, вторыхъ 20. Вершины пятигранныхъ угловъ совпадаютъ съ вершинами правильнаго двадцатигранника, который по отношенію къ разсматриваемому нами тридцатиграннику можно назвать вписаннымъ.



Вершины трехгранных угловъ находятся надъ сторонами вписаннаго правильнаго двадцатигранника. Надъ каждой стороной вписаннаго правильнаго двадцатигранника возвышается правильная треугольная пирамида, боковыя ребра которой служатъ ребрами тридцатигранника. Всѣ эти правильныя треугольныя пирамиды равны между собой, такъ какъ онѣ имѣютъ равныя основанія и равные двугранные углы между основаніями и остальными сторонами. Отсюда слѣдуетъ, что всѣ ребра разсматриваемаго нами тридцатигранника равны между собой, а также и всѣ двугранные углы трехгранныхъ угловъ его равны между собой. Но двугранные углы трехгранныхъ угловъ служатъ въ то же время двугранными углами пятигранныхъ угловъ. Такимъ образомъ всѣ двугранные углы нашего тридцатигранника равны между собой. Изъ равенства реберъ тридцатигранника слѣдуетъ, что его стороны суть ромбы. Діагонали ромбовъ, проходящія черезъ вершины пятигранныхъ угловъ ромбическаго тридцатигранника, служатъ въ то же время ребрами вписаннаго въ него правильнаго двадцатигранника. Такимъ образомъ ромбы, ограничивающіе ромбическій тридцатигранникъ, равны между собой. Отсюда слѣдуетъ, что плоскіе углы пятигранныхъ угловъ ромбическаго тридцатигранника равны между собой. Половины діагоналей, проходящихъ черезъ вершины трехгранныхъ угловъ ромбическаго тридцатигранника, служатъ апогеями треугольныхъ пирамидъ, возвышающихся надъ сторонами вписаннаго правильнаго двадцатигранника. Такъ какъ плоскіе углы пятигранныхъ угловъ ромбическаго тридцатигранника должны быть острые, то діагонали перваго рода больше, чѣмъ діагонали втораго рода. Обозначимъ длину каждой изъ первыхъ черезъ  $\Delta$  и длину каждой изъ вторыхъ черезъ  $d$ . Обозначимъ ребра вписаннаго правильнаго двадцатигранника черезъ  $a$  и ребра ромбическаго тридцатигранника черезъ  $p$ . Тогда

$$\Delta = a, 4p^2 = \Delta^2 + d^2 \dots \dots \dots (1)$$

Вообразимъ шаръ, касающійся къ ребрамъ правильнаго двадцатигранника, вписаннаго въ ромбическій тридцатигранникъ. Прямые, соединяющіе центръ этого шара съ серединами реберъ правильнаго двадцатигранника, будутъ перпендикулярны къ сторонамъ ромбическаго тридцатигранника. Поэтому въ ромбическій тридцатигранникъ можно вписать шаръ.

Точки касанія этого шара со сторонами находятся въ пересѣченіи діагоналей ромбовъ, которые его ограничиваютъ.

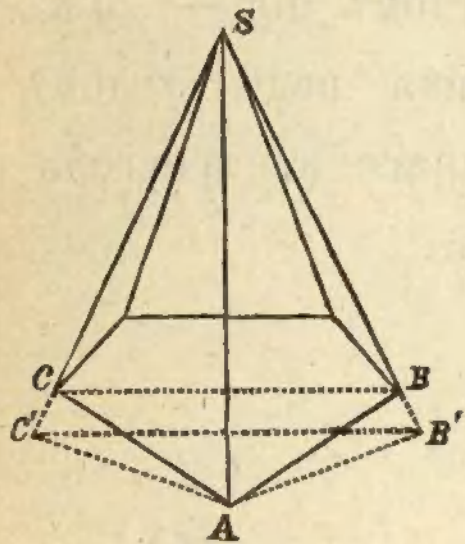
Плоскость, проходящая черезъ концы реберъ пятиграннаго угла ромбическаго тридцатигранника, образуетъ при пересѣченіи съ нимъ правильный пятиугольникъ, стороны котораго равны  $d$ . Двѣнадцать такихъ плоскостей ограничиваютъ правильный двѣнадцатигранникъ, ребра котораго равны  $d$  и который по отношенію къ разсматриваемому нами ромбическому тридцатиграннику можно назвать вписаннымъ. Отсюда слѣдуетъ, что ромбическій тридцатигранникъ можно образовывать пересѣченіемъ 30 плоскостей, проходящихъ черезъ ребра правильнаго двѣнадцатигранника, причемъ каждая плоскость должна быть одинаково наклонена къ сторонамъ соотвѣтствующаго двуграннаго угла.

Опредѣлимъ плоскіе и двугранные углы ромбическаго тридцатигранника, его поверхность и объемъ и радіусъ вписаннаго въ него ша-



ра. Для этого надо знать двугранные углы правильного двадцатигранника или правильного двѣнадцатигранника. Обозначимъ ихъ соотвѣтственно черезъ  $\delta$  и  $\eta$ .

Рѣшимъ предварительно слѣдующій общій вопросъ: у многограннаго угла всѣ плоскіе углы равны между собой, а также и двугранные; по данному плоскому углу  $\beta$  вычислить двугранный уголъ  $x$ . Отложивъ на ребрахъ  $n$ -граннаго угла  $S$  равныя части  $\overline{SA} = \overline{SB} = \overline{SC} = \dots = b$ ,



Фиг. 11.

замѣчаемъ, что точки  $A, B, C, \dots$  расположены на одной плоскости и представляютъ вершины правильнаго  $n$ -угольника. Стороны его  $AB = AC = \dots = 2b \sin \frac{\beta}{2}$

(Фиг. 11). На плоскостяхъ  $SAB$  и  $SAC$  проводимъ черезъ точку  $A$  прямыя  $AB'$  и  $AC'$ , перпендикулярныя къ  $SA$ , до пересѣченія съ прямыми  $SB$  и  $SC$  въ точкахъ  $B'$  и  $C'$ . Тогда

$$\overline{AB'} = \overline{AC'} = b \operatorname{tg} \beta, \quad \overline{SB'} = \overline{SC'} = \frac{b}{\cos \beta}.$$

Изъ подобія равнобедренныхъ треугольниковъ  $SB'C'$  и  $SBC$  слѣдуетъ:

$$\overline{B'C'} : \overline{BC} = \overline{SB'} : \overline{SB}.$$

Такъ какъ  $\overline{BC} = 2\overline{AB} \cos \frac{180^\circ}{n} = 4b \cos \frac{180^\circ}{n} \sin \frac{\beta}{2}$ , то

$$\overline{B'C'} = \frac{4b \cos \frac{180^\circ}{n} \sin \frac{\beta}{2}}{\cos \beta}.$$

Изъ треугольника  $AB'C'$  находимъ

$$\overline{B'C'} = 2\overline{AB'} \sin \frac{x}{2} = 2b \operatorname{tg} \beta \sin \frac{x}{2}.$$

$$\text{Слѣдовательно, } \sin \frac{x}{2} = \frac{2 \cos \frac{180^\circ}{n} \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \beta} = \frac{\cos \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{\beta}{2}} \dots \dots \dots (2)$$

Уголъ  $x$  будетъ тупой или острый, смотря по тому, будетъ ли  $\sqrt{8} \cos \frac{180^\circ}{n} \sin \frac{\beta}{2}$  болѣе или менѣе  $\sin \beta$ .

Примѣняя эту формулу къ правильному двадцатиграннику и къ правильному двѣнадцатиграннику, находимъ:

$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{\delta}{2} &= \frac{\cos 36^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{3}} \\ \sin \frac{\eta}{2} &= \frac{\cos 60^\circ}{\cos 54^\circ} = \frac{1}{2 \sin 36^\circ} = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Углы  $\delta$  и  $\eta$  тупые.

Для дальнѣйшихъ вычисленій полезно замѣтить, что



$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{\delta}{2} &= \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{3}}, \sin \delta = \frac{2}{3}, \cos \delta = -\frac{\sqrt{5}}{3} \\ \cos \frac{\eta}{2} &= \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}, \sin \eta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \eta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

Стороны ромбического тридцатигранника наклонены къ сторонамъ вписаннаго правильнаго двадцатигранника подѣ угломъ  $90^\circ - \frac{\delta}{2}$  и къ сторонамъ вписаннаго правильнаго двѣнадцатигранника подѣ угломъ  $90^\circ - \frac{\eta}{2}$ . Обозначимъ черезъ  $k$  радиусъ круга, вписаннаго въ треугольникъ, ограничивающій правильный двадцатигранникъ.

$$\text{Тогда } \frac{d}{2} = k : \sin \frac{\delta}{2} = \frac{a}{2\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{3}}, \text{ откуда}$$

$$d = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2} \text{ и } \frac{d}{\Delta} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \dots\dots\dots (5)$$

Слѣдовательно, меньшая діагональ ромба, ограничивающаго ромбическій тридцатигранникъ, равна бѣльшей части другой діагонали, раздѣленной въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

Изъ формулъ (1) и (5) находимъ

$$p^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2(6-2\sqrt{5})}{16} = \frac{a^2(5-\sqrt{5})}{8}, \text{ откуда } p = a \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}.$$

Послѣ этого находимъ

$$\Delta = 2p \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}, d = 2p \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \dots\dots\dots (6)$$

Площадь ромба, ограничивающаго ромбическій тридцатигранникъ, равна  $\frac{2p^2 \sqrt{5}}{5}$ . Полная поверхность ромбическаго тридцатигранника

$$S = 12p^2 \sqrt{5} \dots\dots\dots (7)$$

Обозначимъ черезъ  $\alpha$  острый уголъ ромба, ограничивающаго ромбическій тридцатигранникъ.

$$\text{Тогда } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2p} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}. \text{ Такъ какъ } \sin \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{\eta}{2}, \text{ то } \alpha + \eta = 180^\circ.$$

Обозначимъ двугранный уголъ ромбическаго тридцатигранника черезъ  $\gamma$ . Для опредѣленія его полагаемъ въ формулѣ (2)  $\beta = \alpha$ ,  $n = 5$ .

$$\text{Тогда } \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\cos 36^\circ}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \cdot \sqrt{\frac{10}{5+\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} = \sin 72^\circ.$$

$$\text{Слѣдовательно, } \gamma = 144^\circ \dots\dots\dots (8)$$



Объемъ ромбическаго тридцатигранника состоитъ изъ двухъ частей: изъ объема вписаннаго въ него правильнаго двадцатигранника и изъ 20 равныхъ правильныхъ треугольныхъ пирамидъ, возвышающихся надъ сторонами того-же двадцатигранника. Первый объемъ состоитъ также изъ 20 равныхъ правильныхъ треугольныхъ пирамидъ, основанія которыхъ суть стороны правильнаго двадцатигранника, а высоты—радіусы вписаннаго въ него шара. Обозначимъ основаніе каждой изъ послѣднихъ пирамидъ черезъ  $B$  и высоту черезъ  $H$ ; высоту каждой изъ первыхъ пирамидъ обозначимъ черезъ  $h$  и апогею ея основанія, какъ и прежде, черезъ  $k$ . Тогда объемъ ромбическаго тридцатигранника выразится слѣдующимъ образомъ  $V = \frac{20(H+h)B}{3}$ .

Не трудно видѣть, что  $H = k \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$ ,  $h = k \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2}$ ,  $k = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ ,  $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

Отсюда

$$H+h = \frac{2k}{\sin \delta} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Слѣдовательно,

$$V = \frac{5a^3}{2} = \frac{5\Delta^3}{2} = 4p^3 \sqrt{5+2\sqrt{5}} \dots (9)$$

$H+h=t$  есть длина прямой, соединяющей центръ шара, вписаннаго въ ромбическій тридцатигранникъ, съ вершиною какого-нибудь трехграннаго угла.

$$t = p \sqrt{\frac{15+3\sqrt{5}}{10}}.$$

Прямая, соединяющая центръ того-же шара съ вершинами пятигранныхъ угловъ, равна

$$S = \sqrt{H^2 + \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{a^2}{24}(7+3\sqrt{5}) + \frac{a^2}{3}} = a \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} = \frac{p}{2} (\sqrt{5}+1).$$

Радіусъ шара, вписаннаго въ ромбическій тридцатигранникъ, равенъ

$$R = \sqrt{\frac{a^2}{8}(5+\sqrt{5}) - \frac{a^2}{4}} = \frac{a(\sqrt{5}+1)}{4} = p \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \dots (10)$$

Для повѣрки можно опредѣлить объемъ ромбическаго тридцатигранника другимъ способомъ. Въ самомъ дѣлѣ,

$$V = \frac{SR}{3} = 4p^2\sqrt{5} \cdot p \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} = 4p^3 \sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

Ребра ромбическаго тридцатигранника стягиваютъ въ центрѣ вписаннаго въ него шара углы, косинусы которыхъ равны  $\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{15}}$ . Это не трудно опредѣлить, рассматривая треугольникъ со сторонами  $p, t, s$ .



Соединимъ прямыми точки пересѣченія діагоналей каждаго двухъ сосѣднихъ ромбовъ, ограничивающихъ ромбическій тридцатигранникъ. Эти 60 прямыхъ будутъ ребрами тридцатидвугранника, ограниченного двѣнадцатью правильными пятиугольниками и двадцатью равносторонними треугольниками. Всѣ углы этого тридцатидвугранника будутъ четырехгранные. Двугранные углы его будутъ равны между собой. Косинусы ихъ равны  $-\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{15}}$ . Около этого тридцатигранника можно описать шаръ. Ребра его будутъ стягивать въ центрѣ описаннаго около него шара углы въ  $36^\circ$ . Поэтому каждое ребро тридцатидвугранника равно большей части радіуса описаннаго около него шара, раздѣленнаго въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. Объемъ рассматриваемаго нами тридцатидвугранника состоитъ изъ 12 правильныхъ пятиугольниковъ и 20 правильныхъ треугольныхъ пирамидъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

## ИСТОРИЯ БАРОМЕТРА И ЕГО ПРИМѢНЕНІЙ.

(По поводу 250-лѣтія его существованія\*).

1643 — 1893.

Обширный океанъ газа, находящійся въ вѣчномъ движеніи, сливающійся съ безпредѣльнымъ пространствомъ и облегающій нашу планету,—однимъ словомъ воздухъ,—долгое время считался чѣмъ-то нематеріальнымъ. Въ настоящемъ году минуло лишь два вѣка съ половиною съ тѣхъ поръ, какъ вещественность его была поставлена внѣ сомнѣнія, и лишь только съ того, знаменательнаго въ исторіи науки, дня начали понимать все физическое и фізіологическое значеніе воздуха, на которое еще св. Павелъ указывалъ словами: *ἐν αὐτῷ ὡςμεν καὶ κατοούμεθα καὶ ἐσμεν*: въ немъ (т. е. воздухѣ) мы живемъ, въ немъ же движемся и въ немъ мы есмы.

Первый вопросъ, возникающій въ умѣ астрофизика, направляющаго свой телескопъ на какую-либо планету или ея спутника, заключается въ слѣдующемъ: окружены ли эти блуждающіе міры воздушной оболочкой. И это понятно. Важнѣйшіе физическіе агенты, свѣтъ и тепло, имѣющіе источникомъ своимъ центральное свѣтило нашего мірозданья, претерпѣваютъ измѣненія, проходя чрезъ оболочку газа, и составляютъ на той поверхности, которой они достигаютъ, совокупность условій, представляющихъ собой какъ бы коэффиціенты жизни<sup>1)</sup>. Изъ всѣхъ планетъ та, которая по волѣ судебъ назначена намъ мѣстомъ пребыванія,—земля,—пока единственная, изученіе которой доступно намъ всяческими способами изслѣдованія. Естественно, поэтому, что наша атмо-

\*) Рѣчь, читанная г. О. Пергаментомъ въ засѣданіи Мат. Отд. Новороссійскаго Общ. Естествоиспыт. по вопр. Элем. Матем. и Физики.

<sup>1)</sup> *Hoefler*, Histoire de la physique et de la chimie depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours. Paris 1872; p. 14.



сфера, эта оболочка, измѣняющая все находящееся на земной поверхности, должна была привлекать къ себѣ вниманіе изслѣдователей.

Древнимъ было извѣстно, что воздухъ болѣе разрѣженъ на вершинахъ горъ, нежели у ихъ подножій. На этомъ они и строили, вѣроятно, свою теорію воздуха и эфира. По мнѣнію Пифагора надъ воздухомъ, окружающимъ насъ (*αἶρ*), грязнымъ и разнороднымъ, находится чистый, однородный эфиръ, небесная среда, лишенная всякой грубой вещественности (*αιθήρ*). Такого же мнѣнія придерживались Эмпедоклъ и Платонъ, дѣлившій атмосферу на двѣ отличныя другъ отъ друга части—одну, грубую и полную паровъ, которою мы дышимъ, другую, тонкую, въ которой движутся небесныя тѣла.

Философы-физики древняго міра придерживались за немногими исключеніями приведеннаго выше воззрѣнія. Лишь у Сенеки мы встрѣчаемъ зародышъ болѣе здраваго представленія объ атмосферѣ. „Воздухъ, говоритъ онъ, составляетъ часть вселенной; онъ представляетъ собою естественную связь между небомъ и землею... Онъ смеженъ съ этой послѣдней и обнимаетъ ее настолько тѣсно, что мгновенно занимаетъ пространство, ею покидаемое. Все, что выдѣляется землею, воздухъ воспринимаетъ въ свое лоно, такъ что онъ долженъ быть разсматриваемъ, какъ непосредственная часть великой вселенной<sup>2)</sup>“.

Въ сочиненіяхъ и другихъ древнихъ философовъ мы встрѣчаемъ, впрочемъ, нѣкоторыя указанія на то, что истинная природа атмосферы не была имъ безызвѣстна. Такъ, Аристотель утверждаетъ, что все имѣетъ вѣсъ, и что даже воздухъ не лишенъ его. Единственнымъ исключеніемъ является огонь<sup>3)</sup>. Аристотель указываетъ даже на опытный пріемъ, къ которому онъ прибѣгалъ для доказательства своего положенія. Такъ, раздувъ бычачій пузырь, онъ замѣтилъ, что онъ вѣситъ больше пустого<sup>4)</sup>. Еще до него Эмпедоклъ<sup>5)</sup> и Асклепиадъ<sup>6)</sup> полагали, что дыханіе есть результатъ *наденія* воздуха въ легкія.

Физики среднихъ вѣковъ немного прибавили къ тѣмъ представленіямъ, которыя сложились у ученыхъ греко-римскаго міра относительно атмосферы. Вышеприведенныя данныя, какъ и много другихъ, проскользнули незамѣченными, и надо подняться изъ глубины вѣковъ до XVII столѣтія, чтобы видѣть всходы быть можетъ значительно раньше брошеннаго сѣмени.

Мы попытаемся въ предстоящемъ изложеніи нарисовать картину постепеннаго ознакомленія мыслящаго человѣка съ обитаемымъ имъ воздушнымъ океаномъ и попытокъ примѣнить къ этому послѣднему измѣрительный методъ.

Хотя всасывающіе насосы были извѣстны уже съ 180 г. до Р. Х., тѣмъ не менѣе теорія ихъ дѣйствія находилась въ полномъ пренебре-

<sup>2)</sup> *Seneca, Quaestiones naturales, II, 4 и 6.*

<sup>3)</sup> *Aristoteles, De coelo, IV, 1: Πάντα βάρος ἔχει, πλὴν πυρός.*

<sup>4)</sup> *Ibid.: ἔλκει πλεῖον ὁ πεφυσημένος ἀσχὸς, τοῦ κενοῦ.*

<sup>5)</sup> *Aristoteles, De respiratione, cap. VII.*

<sup>6)</sup> *Plutarchus, De Placit. philosoph, IV, 22* (ссылка сдѣлана по *Hoefel'у*; ср. прим. 1).



женіи. Ученики Аристотеля сочинили въ своемъ метафизическомъ экстазѣ положеніе, что природа боится пустоты, и строго придерживались вѣры въ *horror vacui*, тщательно избѣгая опытныхъ приѣмовъ изслѣдованія.

Но вотъ незначительное, повидимому, обстоятельство дало толчекъ къ разсѣянію мглы невѣжества, и безъ того слишкомъ долго туманившей умы людей. Одинъ изъ флорентинскихъ садовниковъ, построивъ насосъ длиннѣе обыкновеннаго, съ удивленіемъ замѣтилъ, что вода поднялась лишь до высоты 32 футовъ и сохраняла стаціонарное положеніе, несмотря на всѣ усилія съ его стороны. Онъ сообщилъ объ этомъ фактѣ Галилею, прося указать на причину столь необыкновеннаго явленія. Великій мыслитель, скрывая свое удивленіе, сказалъ ему улыбаясь, что природа боится пустоты лишь до 32-хъ футовъ. Нѣкоторые историки утверждаютъ, что, повторивъ этотъ опытъ, онъ предположилъ, что воздухъ является причиной поднятія воды въ насосъ; но преждевременная смерть не дала ему возможности провѣрить свое предположеніе<sup>7)</sup>.

Любимому ученику его Торричелли суждено было прославить имя свое открытіемъ законовъ, вѣроятность которыхъ предвидѣлась Галилеемъ. Зная отъ этого послѣдняго про изложенный выше опытъ, Торричелли возымѣлъ счастливую мысль, оказавшуюся столь плодотворной для дальнѣйшаго развитія физики: желая именно упростить опытъ, представлявшій нѣкоторыя трудности въ виду требовавшейся значительной высоты трубокъ, онъ задался цѣлью подыскать вмѣсто воды другую жидкость, которая, обладая бѣльшею плотностью, могла бы уже при меньшей высотѣ оказать *horror'u vacui* достаточное сопротивленіе, если этотъ послѣдній дѣйствительно представляетъ собою нѣкоторую ограниченную силу. Наболѣе подходящей естественно оказалась ртуть, которая, будучи въ 14 разъ тяжеле воды, должна была подняться до высоты лишь 28 дюймовъ. Торричелли не сталъ однако заниматься приведеніемъ въ исполненіе своей мысли, а поручилъ провѣрку соученику своему Винченцу Вивіани<sup>8)</sup>. Этотъ послѣдній и произвелъ въ 1643 году

<sup>7)</sup> По свидѣтельству нѣкоторыхъ, Галилей пытался еще въ 1638 году опытомъ, подобнымъ приѣму Аристотеля, доказать тяжесть воздуха, взвѣшивая послѣдовательно стеклянный шаръ пустой и наполненный воздухомъ. Ср. *Histoire universelle publiée par une société de professeurs et de savants sous la direction de Victor Duruy*; t. I, *Histoire de l'astronomie et des mathématiques par F. Hoefel*. Paris 1871.

Между тѣмъ другіе біографы Галилея не упоминаютъ объ этомъ опытѣ. Относительно литературы предмета ср. мой очеркъ: Галилео Галилей, его жизнь и научная дѣятельность. Одесса 1893.

Такіе же опыты производились итальянскимъ ученымъ Риччіоли. Яковъ Бернулли (1685) впервые доказалъ, что наполненный воздухомъ пузырь вѣситъ не болѣе пустого, такъ какъ, вытѣсняя болѣе воздуха, онъ болѣе и теряетъ въ своемъ вѣсѣ. Получаемое увеличеніе есть слѣдствіе того, что шаръ наполняется обыкновенно болѣе плотнымъ воздухомъ. Ср. *Fischer, Geschichte der Physik*, Göttingen 1801, Bd. I. S. 423.

Значительно раньше французскій аптекарь Жанъ Рей доказалъ (1630) при помощи оригинальнаго химическаго опыта вѣсъ воздуха. Ср. *Hoefel*, *op. cit.* p. 455. — Относительно участія Балиани въ рѣшеніи вопроса о вѣсѣ атмосферы ср. *Caverni, Storia del metodo sperimentale in Italia*. 2 Volumi Firenze 1891, также: *Wszechświat*, Tom. XII, № 38, p. 596.

<sup>8)</sup> Ср. *Fischer, Geschichte der Physik*, Göttingen 1801. Bd. 1. S. 402 u. ff.;

*Rosenberger, Geschichte der Physik*, Braunschweig 1882. Bd. 2. S. 97 u. ff.;

*Poggendorff, Geschichte der Physik*, Leipzig 1879. S. 324 u. ff.; *Hoefel, op. cit.*;

l. c. и т. д.



указанный опытъ, который увѣнчался полнымъ успѣхомъ. Онъ взялъ стеклянную трубку, длиною въ нѣсколько футовъ и открытую лишь съ одного конца. Наполнивъ ее ртутью и закрывъ отверстіе пальцемъ, онъ помѣстилъ опрокинутую трубку въ сосудъ, наполненный ртутью. Отнявъ палецъ, онъ не замедлилъ убѣдиться, что ртуть опустилась въ трубкѣ, остановившись дѣйствительно на высотѣ, приблизительно равной 28 дюймамъ. Опытъ этотъ побудилъ Торричелли вновь приняться за изслѣдованіе этого вопроса и на этотъ разъ съ несомнѣнной геніальностью. Опытъ, произведенный Вивіани въ сущности доказывалъ лишь то, что показывалъ и всасывающій насосъ. Если Галилей полагалъ границу тому, что онъ называлъ *resistenza del vuoto*, то естественно было, чтобы граница эта выражалась не въ нѣкоторой высотѣ, а въ опредѣленномъ давленіи, и опытъ со ртутью въ сущности не проливалъ свѣта на смутную область представленій. Торричелли высказалъ однако тотчасъ же мысль, что *horror vacui* есть не иное что, какъ нелѣпица и указалъ, какъ на причину явленія, на тяжесть воздуха. Наблюденіе надъ измѣненіемъ высоты уровня ртути въ трубкѣ навело его, должно полагать, главнымъ образомъ на эту мысль. Уже годъ спустя, въ 1644 году, онъ писалъ другу своему Анджело Риччи, что онъ произвелъ описанный опытъ не столько для того, чтобы получить пустое пространство, сколько съ цѣлью изготовить приборъ, при помощи котораго стало бы возможнымъ судить объ измѣненіяхъ атмосферы, которая можетъ быть то тяжеле и плотнѣе, то легче и рѣже.

Представленіе о давленіи воздуха кажется намъ столь естественнымъ и понятнымъ, что мы никакъ не можемъ взять въ толкъ, чтобы мыслимо было его отрицать. Представленіе давленія, подъ которымъ мы находимся, не чувствуя его, является тѣмъ не менѣе дѣломъ далеко не столь простымъ. Для Торричелли вопросъ сталъ несомнѣнно ясенъ; общество же того времени убѣдилось въ справедливости выраженного положенія лишь послѣ наглядныхъ опытовъ Паскаля и Отто фонъ Герике.

Нельзя не обратить вниманія на то, съ какимъ незначительнымъ интересомъ Торричелли отнесся къ полученному пустому пространству. Мысль его очевидно такъ была занята въ одномъ направленіи, что ему не пришло на умъ воспользоваться полученной пустотой. Тѣмъ больше занялись этой послѣдней другіе. Вопросъ о возможности существованія пустого пространства еще со временъ Аристотеля и древнихъ атомистовъ волновалъ передовые умы. Торричелліева пустота послужила дѣлу, однако, немного, по своей непригодности. Желаніе получить пустоту, въ которой удобно было бы производить опыты, въ значительной степени вызвало замѣчательную дѣятельность Отто фонъ Герике.

Какъ сказано, Торричелли поспѣшилъ подѣлиться новыми мыслями съ Анджело Риччи. Этотъ послѣдній находился въ перепискѣ съ Мэрсенномъ и, слѣдуя обычаю того времени, когда частная переписка замѣняла собою періодическія изданія, сообщилъ о новыхъ опытахъ своему пріятелю. Этотъ, въ свою очередь, написалъ о нихъ извѣстному въ свое время физики и астроному, ученику Декарта, Пьеру Пти, отъ котораго узналъ о нихъ, наконецъ, и Паскаль, жившій въ то время въ Руанѣ. Рѣшившись повторить интересные опыты Торричелли, онъ на-



полнилъ трубки, длиною въ 46 футовъ, отчасти водой, отчасти краснымъ виномъ и убѣдился, что жидкость дѣйствительно останавливалась на высотѣ 32 футовъ. Зная лишь о фактической сторонѣ опытовъ Торричелли, Паскаль придерживался еще въ напечатанной имъ въ 1647 году брошюрѣ: „Expériences nouvelles touchant le vuide“ воззрѣнія, что природа боится пустоты. Брошюра эта, разосланная повсюду, дошла и до Декарта, жившаго тогда въ Голландіи. Этотъ послѣдній, какъ утверждаютъ нѣкоторые<sup>9)</sup>, посоветовалъ молодому Паскалю произвести со ртутнымъ столбомъ нѣсколько опытовъ на вершинахъ горъ, гдѣ воздухъ рѣже, дабы привести окончательно въ извѣстность, давленіе ли воздуха или же *horror vacui* является настоящей причиной интереснаго явленія. По мнѣнію другихъ<sup>10)</sup>, Паскаль независимо отъ Декарта узналъ о теоріи Торричелли и сейчасъ же сталъ горячимъ ея приверженцемъ, находя ее однако недостаточно разъясненной. Поэтому, онъ сталъ задумываться надъ возможно болѣе убѣдительнымъ ея доказательствомъ. Съ этой цѣлью онъ произвелъ весь опытъ въ безвоздушномъ пространствѣ и, когда онъ при этихъ новыхъ условіяхъ опрокинулъ трубку со ртутью въ сосудъ, также наполненный этой послѣдней, то увидѣлъ, что ртуть тотчасъ же опустилась въ трубкѣ до уровня жидкости въ сосудѣ. Этотъ остроумный опытъ онъ назвалъ: *expérience du vuide dans le vuide*<sup>11)</sup>.

Побуждаемый такъ или иначе, Паскаль задумалъ произвести опытъ на вершинахъ горъ, чтобы окончательно освѣтить трактуемый вопросъ. Не имѣя возможности лично произвести наблюденія, онъ написал шурина своему Пэрье, жившему въ Клермонѣ, и просилъ его посмотрѣть, не будетъ ли барометръ стоять ниже на вершинѣ Пью-дэ-Дома, у основанія котораго расположенъ Клермонъ, чѣмъ въ этомъ послѣднемъ. Пэрье охотно согласился и произвелъ опытъ съ большой осмотрительно-стью. Очистивъ 16 фунтовъ ртути, онъ ею наполнилъ двѣ трубки, за-

<sup>9)</sup> Письма Декарта къ Каркави подтверждаютъ вышесказанное. Такъ, между прочимъ, онъ пишетъ ему: *hoc tamen persuasum habeo tibi non displiciturum, quod te rogare audeam, ut me doceas successum experimenti cujusdam, quod Pascal fecisse aut facere dicitur in montibus Averniae, ad sciendum, utrum argentum vivum adscendat ulterius in tubulo ad radices montis, et quantum altius ascendat, quam in ejus acumine. Jus mihi esset hoc ipsum ab ipso potius quam a te expectare, ideo quod ego ipsi, jam biennium effluxit, auctor fuerim ejus experimenti faciendum, eumque certum reddiderim, me de successu non dubitare, quamquam id experimentum nunquam fecerim* (Ep. 64). Жалуясь затѣмъ на молчаніе Паскаля, Декартъ объясняетъ отсутствіе писемъ дружбой Паскаля съ его личнымъ недругомъ, Робервалемъ. Получивъ извѣщеніе въ отвѣтномъ письмѣ Каркави, что опытъ, о которомъ идетъ рѣчь, уже произведенъ Паскалемъ и увѣнчался полнымъ успѣхомъ, Декартъ благодаритъ своего корреспондента (письмо 65-ое отъ 17 августа 1649 года) за присланную вѣсть и прибавляетъ: *intererat mea id rescire, ipse enim petii ab illo, jam exacto biennio, ut id faceret, eumque pulchri successus certum reddidi, quod esset omnino conforme meis principiis, absque quo nunquam de eo cogitasset, eo quod contraria tenebatur sententia*. Ср. *Fischer*, op. cit. Bd. I. S. 404 u. ff.

<sup>10)</sup> Ср. *Poggendorf*, op. cit. S. 331.

<sup>11)</sup> Такой же точно опытъ произвелъ Робертъ Бойль, описавъ его въ извѣстномъ сочиненіи: *Nova experimenta physico-mechanica de vi aeris elastica et ejusdem effectibus*. Genevae 1653, 4<sup>o</sup>; *experim.* 17, p. 39 et sequent. (1-ое изд. знаменитаго сочиненія).



паянныя съ одного конца, каждая длиною въ 4 фута, погрузилъ ихъ въ сосуды наполненные той же жидкостью, снабдилъ ихъ бумажными шкалами и убѣдился, по точномъ сравненіи, что обѣ показываютъ  $26^{\circ}3,5'''$ . Тогда онъ оставилъ одну трубку на попеченіи іезуита Шастэна, поручивъ этому послѣднему наблюдать за ней втеченіе цѣлаго дня, а самъ отправился съ другой 19 сентября 1648 года на вершину Пюи-дэ-Дома, высота котораго равна приблизительно 3000 футовъ. Къ великому удивленію его и его спутниковъ барометръ показалъ лишь  $23^{\circ}2'''$ , стало быть на  $3^{\circ}1,5'''$  меньше. Повторивъ наблюденія въ различныхъ мѣстахъ, онъ вернулся въ Клермонъ, гдѣ барометръ вновь показалъ  $26^{\circ}3,5'''$ , не подвергшись, по свидѣтельству Шастэна, колебаніямъ втеченіе всего времени. Успѣхъ этого опыта, результаты котораго немедленно были сообщены Паскалю, окончательно уничтожилъ представленія о боязни пустоты, по крайней мѣрѣ въ глазахъ людей, искренно любящихъ правду<sup>12)</sup>.

Еще въ томъ же (1648) году Паскаль описалъ опытъ, произведенный его шуриномъ, въ брошюрѣ, озаглавленной: „*Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs*“ и пришелъ въ ней къ совершенно справедливому выводу, что при помощи барометра можно опредѣлить разность высотъ двухъ мѣстъ, или, вѣрнѣе говоря, (такъ какъ онъ еще не имѣлъ возможности производить измѣреніе высотъ), можно узнать, какія мѣста отстоятъ на равномъ или неравномъ разстояніи отъ нѣкотораго средняго пункта. Онъ повторилъ опытъ свой въ Парижѣ на башнѣ св. Якова, высота которой равнялась 25 туазамъ<sup>13)</sup>, и на крышахъ высокихъ домовъ, всюду убѣждаясь въ справедливости своихъ воззрѣній.

По его почину производился также въ Парижѣ, Клермонѣ и Стокгольмѣ отъ 1649-го до 1651-го года цѣлый рядъ барометрическихъ наблюденій, чтобы ознакомиться съ измѣненіями воздушнаго давленія. Изъ этихъ опытовъ впервые выяснилось, что вѣтры имѣютъ значительное вліяніе на высоту барометра.

Паскаль развилъ ученіе о воздушномъ давленіи и изложилъ его въ небольшомъ, но классическомъ произведеніи: „*Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*“, написанномъ еще въ 1653 г., но появившемся лишь 10 лѣтъ спустя, черезъ годъ послѣ его смерти. Въ этомъ сочиненіи онъ рассматриваетъ цѣлый рядъ явленій, имѣющихъ причиной своей давленіе воздуха. Онъ вычисляетъ величину этого послѣдняго для данной поверхности, приравнивая величину эту вѣсу цилиндрическаго столба воды высотой въ 32 фута и съ основаніемъ, рав-

<sup>12)</sup> Такъ еще въ 1657 году небезызвѣстный Каспаръ Шоттъ (1608—1666) былъ приверженцемъ теоріи *resistenza del vacuo*. Подробнѣе см. *Rosenberger*, op. cit. Bd. 1. S. 124. *Fischer*, op. cit. Bd. 1. S. 407. 408. Другой ученый, Францискъ Линъ (1595—1675), бывший профессоромъ въ Люттихѣ, утверждалъ, что высота ртутнаго столба зависитъ не отъ давленія воздуха, а отъ невидимыхъ нитей (*funiculi*), придерживающихъ ртуть къ стеклу. См. *Poggendorff*, op. cit. S. 478. *Fischer*, op. cit. S. 421. А одинъ изъ нѣмецкихъ дворянъ-дилеттантовъ предлагалъ еще въ 1844 году премію въ 2000 дукатовъ тому, кто ему докажетъ, что существуетъ давленіе воздуха. Поггендорффъ не безъ язвительнаго остроумія замѣчаетъ, что желающіе имѣютъ еще возможность получить премію (*Ibid.*, S. 332).

<sup>13)</sup> 25 туазъ=48, 725 метрамъ.



нымъ площади данной поверхности. Выводя отсюда величину общаго давленія атмосферы, онъ получаетъ число 8283889440000000000 фунтовъ <sup>14)</sup>).

Будучи на рейхстагъ въ Регенсбургъ, Герике впервые узналъ про опытъ Торричелли. Но еще до своего приѣзда онъ совершенно независимо отъ итальянскаго ученаго изобрѣлъ барометръ, пользуясь водою вмѣсто ртути. Поэтому, можно съ полнымъ правомъ считать его *однимъ* изъ изобрѣтателей этого прибора <sup>15)</sup>. Для построения барометра Герике скрѣплялъ нѣсколько стеклянныхъ трубокъ, пока общая ихъ длина не достигала 19-и магдебургскихъ аршинъ <sup>16)</sup>. Приготовленную трубку онъ установилъ у внѣшней стороны своего дома. Поставивъ нижній ея конецъ въ сосудъ съ водою, онъ прикрѣпилъ къ верхнему, снабженному краномъ, свой насосъ и выкачивалъ воздухъ до тѣхъ поръ, пока поднималась вода. Когда эта послѣдняя остановилась, онъ заперъ кранъ, отвинтилъ насосъ и убѣдился, что вода не поднялась выше 32 футовъ.

Наблюдательный умъ Герике не замедлилъ убѣдиться, что уровень воды не отличается постоянствомъ. Поэтому онъ назвалъ приборъ свой *Semper Vivum*. Убѣдившись вскорѣ, что между метеорологическими явленіями и измѣненіемъ высоты жидкости существуетъ нѣкоторая связь, Герике обратилъ все свое вниманіе на это соотношеніе. Когда ему удалось (въ 1660 г.) послѣ быстрого и внезапнаго паденія барометра удачно предсказать бурю, онъ окрестилъ свое новое изобрѣтеніе именемъ *Anemoskopium* и *Wettermännchen* <sup>17)</sup>. Во вкусъ того времени Герике помѣстилъ надъ поверхностью воды плавающую деревянную фигурку человѣка, указывавшаго одной рукой на бумажную шкалу, на которой была обозначена предстоящая погода. Вся остальная часть прибора была тщательно закрыта деревянной обкладкой. Естественно, что сограждане Герике, видя человѣчка, довольно правдиво предвѣщавшаго измѣненіе погоды, и притомъ не зная внутренняго устройства

<sup>14)</sup> Вполнѣ простиительно, что Паскаль въ этой работѣ приписываетъ давленію воздуха сдѣленіе двухъ стеклянныхъ пластинокъ и вычисляетъ силу сдѣленія для различныхъ высотъ.

<sup>15)</sup> Имѣются указанія, что нѣкто Каспаръ Бартусъ или Бэрти, жившій въ Римѣ, построилъ барометръ совершенно самостоятельно. Ср. *Poggendorff*, op. cit. S. 429. По мнѣнію Фишера (op. cit. Bd. 1, S. 429), который ссылается на Каспара Шотта, Герике еще раньше Торричелли возымѣлъ мысль построить приборъ для доказательства вѣса воздуха. Совсѣмъ иной является претензія миланскаго капуцина Валеріана Магни на первенство изобрѣтенія барометра. Этотъ извѣстный въ XVII вѣкѣ монахъ издалъ въ Варшавѣ (1647 г.) трактатъ подъ заглавіемъ „Атеизмъ Аристотеля“, посвященный Мэрсенну. Въ сочиненіи этомъ, появившемся не только послѣ опытовъ Паскаля, но уже послѣ смерти Торричелли, Магни излагаетъ опытъ ученика Галилея, не прибавляя ничего новаго и выдавая его за свой. Возмущенный этимъ циничнымъ плагіатомъ, Роберваль доказалъ Магни, что онъ даже не продѣлывалъ излагаемаго имъ опыта. Магни отвѣтилъ молчаніемъ, которое было сочтено за публичное признаніе въ научномъ обманѣ. См. *P. Bayle*, *Dictionnaire historique et critique*. 5-e édition, revue, corrigée et augmentée, avec la vie de l'auteur par Mr. Des *Maisieux*. Amsterdam, 1740 in folio. T. III. p. 255. (B).

<sup>16)</sup> Около 40 футовъ.

<sup>17)</sup> Названіе „барометръ“ ему очевидно не было извѣстно; кому принадлежитъ изобрѣтеніе этого слова до сихъ поръ не выяснено. Въ первое время существованія барометра его обыкновенно называли Торричеллиевой трубкой.



прибора, не мало изумлялись его пророческой способности, что доставляло ученому бургомистру особенное удовольствие <sup>18)</sup>).

Мы видѣли выше, что уже Паскаль носился съ мыслью сдѣлать изъ барометра приборъ для измѣренія высотъ <sup>19)</sup>. Отъ генія французскаго мыслителя не ускользнуло и то, что для достиженія этой цѣли необходимо знаніе законовъ, управляющихъ сжатіемъ воздуха. Преждевременная смерть, а еще больше мистическое направленіе, овладѣвшее имъ задолго еще до смерти, помѣшали ему привести въ исполненіе и ясность планы, бродившіе въ его головѣ въ видѣ неопредѣлившихся еще догадокъ. Французскій ученый анатомъ Пэккэ и Глазговскій профессоръ Синклеръ старались разработать вопросъ въ намѣченномъ Паскалемъ направленіи,—но безуспѣшно. Честь этихъ изысканій была исторіей предназначена Мариотту (+1684). Отыскавъ названный именемъ его законъ о сжимаемости воздуха, онъ сталъ искать закона уменьшенія давленія съ увеличеніемъ высоты. Хотя методъ, примѣненный Мариоттомъ, и не безгрѣшенъ, тѣмъ не менѣе это былъ первый шагъ въ наукѣ о барометрическомъ измѣреніи высотъ. И не безъинтересно послѣдовать за Мариоттомъ для уясненія принципа этихъ измѣреній.

Прежде всего Мариоттъ постарался выяснитъ, на сколько падаетъ барометръ при извѣстномъ поднятіи. Новопостроенная Парижская обсерваторія показалась ему наиболѣе пригодной для этой цѣли тѣмъ болѣе, что при значительной высотѣ она находилась еще надъ погребомъ, глубина котораго равнялась 80 футамъ. Помѣстившись на днѣ погреба и отмѣтивъ отсчетъ барометра, Мариоттъ сталъ осторожно подниматься и, пройдя 84 фута, сдѣлалъ новый отчетъ. Оказалось, что уровень ртути въ трубкѣ понизился на  $\frac{4}{3}$  линіи. Поднявшись еще на 84 фута, онъ убѣдился, что ртуть вновь опустилась на  $\frac{4}{3}$  линіи. Дѣлая приблизительный расчетъ, Мариоттъ вычислилъ, что на каждые 5 футовъ поднятія ртуть падаетъ на  $\frac{1}{12}$  линіи. Принимая высоту барометра у земной поверхности равной 336''' и раздѣливъ это число на двѣнадцатая доли, онъ получилъ 4032 такихъ долей. Затѣмъ онъ вычислилъ высоту отдѣльных, другъ надъ другомъ расположенныхъ слоевъ воздуха, отстоящихъ одинъ отъ другого на барометрическую разность  $\frac{1}{12}$ ''' , исходя изъ перваго слоя, расположеннаго на высотѣ 5', и опредѣляя толщину слѣдующихъ по открытому имъ закону. Такимъ образомъ получался рядъ

Слой:	0.	1	2	2016	2017
Высота:	$\frac{4032}{4032}$ 5',	$\frac{4032}{4031}$ 5',	$\frac{4032}{4030}$ 5',.....	$\frac{4032}{2016}$ 5',	$\frac{4032}{2015}$ 5' и т. д.

<sup>18)</sup> Сынъ Герике сообщалъ капитану Лубіеницкому въ 1665, что втеченіе 6, 7 лѣтъ предсказанія деревяннаго человѣчика оправдываются. Такимъ образомъ, построение этого барометра можетъ быть приурочено къ 1657—1658 годамъ. Ср. *Rosenberger*, op. cit. Bd. 2. S. 149; *Fischer*, op. cit. Bd. 1. S. 427, 428.

<sup>19)</sup> Мы здѣсь не вдаемся въ разборъ воззрѣній Паскаля относительно барометрическихъ колебаній,—воззрѣній, не имѣющихъ серьезнаго значенія и интереса и повлекшихъ лишь къ полемикѣ съ извѣстнымъ аббатомъ Ноэлемъ (Ср. *Любимовъ*, Старое и новое о нѣкоторыхъ физическихъ явленіяхъ. Вѣсти. Оп. Физ. и Эл. Мат. Сем. XIV, № 10; также *Hoefler*, op. cit; p. 18). Мысли, высказанныя Паскалемъ, нашли въ свое время приверженцевъ въ лицѣ англійскихъ ученыхъ Джона Биля (Beal) и Валлиса. Ср. *Fischer*, op. cit. Bd. 1. S. 436—437.



Для опредѣленія высоты, соотвѣтствующей извѣстной высотѣ барометра, наприм. 2015, ему оставалось сложить всѣ члены приведеннаго ряда до предпоследняго, т. е. высоты 2016 ниже расположенныхъ слоевъ. Но такъ какъ это вычисленіе показалось ему слишкомъ утомительнымъ, то онъ допустилъ, что написанный рядъ есть рядъ арифметическій съ такимъ же числомъ членовъ, такъ что для положенія барометра 2015 получается рядъ:

$$\frac{4032}{4032} 5 + \dots \frac{4032}{2016} 5, \text{ т. е. } 5 + \dots 10, \text{ сумма котораго выражается:}$$

$$(5 + 10) 1008 = 15120 \text{ футовъ.}$$

Отсюда слѣдуетъ, что каждый слой воздуха, соотвѣтствующій барометрической разности  $1/12'''$ , обладаетъ толщиной въ  $\frac{15120}{2016} = 7\frac{1}{2}$  футовъ.

Путь, по которому слѣдовалъ Мариоттъ, вполне правиленъ; слѣдовало лишь взять значительно меньшую барометрическую разность, наприм.  $0''',01$  вмѣсто  $1/12$  и принять въ расчетъ вліяніе температуры. Необходимое суммированіе членовъ ряда представляетъ, правда, значительныя трудности. Оно было позднѣе исполнено Дэлюкомъ.

Въ сочиненіи своемъ: „Essai sur la nature de l'air“ (1676) Мариоттъ изслѣдуетъ вліяніе вѣтра на положеніе барометра. Еще до него было извѣстно, что при сѣверныхъ и восточныхъ вѣтрахъ барометръ поднимается, а при южныхъ и западныхъ—падаетъ. Мариоттъ пытался объяснить это явленіе. Онъ предположилъ, что сѣверные и восточные вѣтры вызываютъ повышеніе барометра не только потому, что уплотняютъ воздухъ и, такимъ образомъ, увеличиваютъ его вѣсъ, но еще и потому, что они дуютъ сверху, увеличивая, поѣтому, давленіе. Южные же и западные вѣтры, приходя изъ очень отдаленныхъ мѣстъ, дуютъ по направленію касательной плоскости къ земной поверхности, поднимаютъ верхніе слои воздуха и уменьшаютъ, такимъ образомъ, давленіе, вызывая паденіе барометра <sup>20)</sup>.

О. Пергаментъ (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

## МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

**Обобщеніе пифагоровой теоремы \*).** — Если пересѣчемъ объемный трехгранный уголъ, всѣ плоскіе углы котораго прямые, четвертой плоскостью, то въ полученномъ тетраэдрѣ сумма квадратовъ трехъ площадей катетовъ равна квадрату площади гипотенузы.

Если обозначимъ три взаимно перпендикулярныхъ ребра нашего тетраэдра, черезъ  $a, b, c$ , то остальные ребра его будутъ:

<sup>20)</sup> Ср. *Fischer*, op. cit. Bd. II. S. 429—432.

\*) Изъ *Zeitschrift für Mathematik und Physik*. 1893. 6.



$$d = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad e = \sqrt{b^2 + c^2}, \quad f = \sqrt{a^2 + c^2}.$$

Сумма квадратовъ площадей катетовъ выразится поэтому черезъ

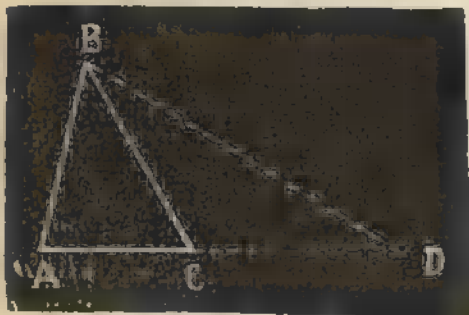
$$K_1^2 + K_2^2 + K_3^2 = \frac{1}{4}(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2),$$

для квадрата же площади гипотенузы получимъ

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{1}{16}(d+e+f)(d+e-f)(d-e+f)(-d+e+f) = \\ &= \frac{1}{16}[(\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2})^2 - a^2 - c^2][c^2 + a^2 - (\sqrt{a^2+b^2} - \sqrt{b^2+c^2})^2] = \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{(a^2+b^2)(b^2+c^2)} + b^2)(\sqrt{(a^2+b^2)(b^2+c^2)} - b^2) = \frac{1}{4}(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2), \\ &\text{т. е. } K_1^2 + K_2^2 + K_3^2 = H^2. \end{aligned}$$

И. Б—о (Цюрихъ).

**Доказательство теоремы о внѣшнемъ углѣ треугольника.**—*Внѣшній уголъ треугольника больше каждаго изъ внутреннихъ, съ нимъ не смежныхъ.*



Фиг. 12.

Откладываемъ  $CD = AB$  (фиг. 12). Имѣемъ:

$$AB + BD > AC + CD \text{ или } BD > AC;$$

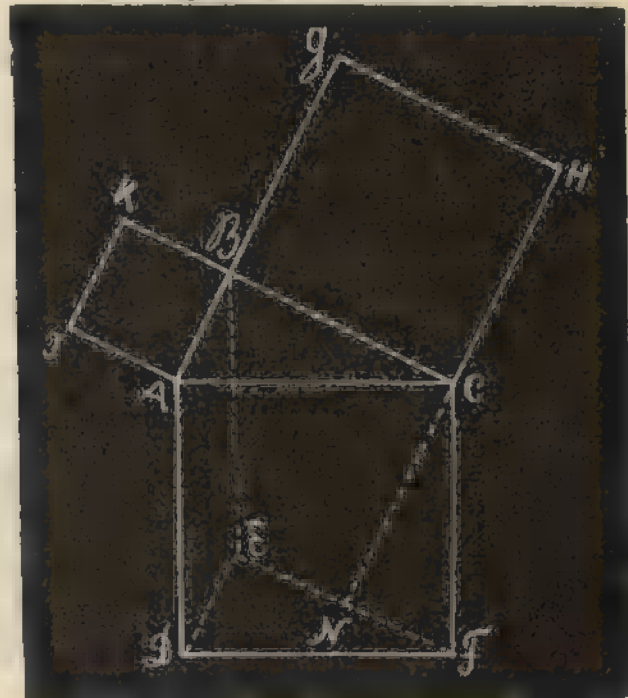
но треугольники  $ABC$  и  $BDC$  имѣютъ по двѣ стороны соответственно равныя, поэтому  $\angle BCD > \angle ABC$ .

А. Оловениковъ (Спб.).

**Новое доказательство пифагоровой теоремы.**—*Квадратъ, построенный на гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника, равенъ суммѣ квадратовъ, построенныхъ на катетахъ.*

Проводимъ  $ED \parallel AB$  и  $EF \parallel BC$  (фиг. 13);  $\triangle DEF = \triangle ABC$ , слѣдовательно,  $ACFD = ABCFED$ . Изъ  $C$  опускаемъ перпендикуляръ  $CN$  на  $EF$ ;  $\triangle CNF = \triangle ABC$ , такъ какъ  $CF = AC$  и  $\angle NCF = \angle ACB$ , поэтому  $CN = BC$  и параллелограмъ  $BCFE = BGHC$ . Подобнымъ образомъ доказываемъ, что  $AJKB = ABED$ . Поэтому:

$$AJKB + BGHC = ABCFED = ACFD.$$



Фиг. 13.

М. Радоминскій (Кіевъ).

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Твердый воздухъ удалось приготовить изъ жидкаго англійскому физику Дьюару въ видѣ прозрачнаго тѣла, о чемъ имъ и было сооб-



щено 9 марта прошлаго года Королевскому Обществу. Представляет ли это твердое тѣло смѣсь жидкаго кислорода съ твердымъ азотомъ, или же дѣйствительный ледъ жидкаго воздуха, въ твердомъ видѣ, еще неизвѣстно и должно быть рѣшено дальнѣйшими опытами. (Proc. Roy. Soc. 53 p. 80. 1893).

Бхм. (Софія).

При сравненіи фотографій звѣздъ млечнаго пути южнаго неба съ другими *Ж. Картеун* нашелъ, что ихъ химическое дѣйствіе гораздо сильнѣе, чѣмъ другихъ звѣздъ. Разбирая различныя причины этого явленія, онъ приходитъ къ заключенію, что свѣтъ звѣздъ млечнаго пути или близкихъ къ нему богаче фіолетовыми лучами, чѣмъ свѣтъ другихъ звѣздъ. Этотъ результатъ можетъ еще болѣе подтвердиться изслѣдованіями, предпринятыми Кауской обсерваторіей. (Bull. astronomique 10. p. 109. 1893).

Бхм. (Софія).

✧ Новая звѣзда открыта 26 окт. въ Кембриджской обсерваторіи Флемингомъ, въ созвѣздіи Нормы. Ея прямое восхождение равно  $230^{\circ}34'$ , а разстояніе отъ полюса  $140^{\circ}14'$ .

И. Б—о (Цюрихъ).

## ИЗОБРѢТЕНІЯ и ОТКРЫТІЯ.

Летательный снарядъ Коха относится къ аэропланамъ и состоитъ изъ двухъ твердыхъ крыльевъ длиною въ 4 сажени и шириною въ 2 аршина, позади которыхъ находится горизонтальный треугольный хвостъ въ сажень длиною и шириной. Подъ снарядомъ устроенъ изъ веревокъ матрацъ, на который ложится воздухоплаватель спиною вверхъ. Хвостъ и крылья приводятся въ движеніе ногами при посредствѣ педалей. Къ переднимъ концамъ крыльевъ прикрѣплены веревки, соединенныя съ матрацомъ и сдерживающіе размахи крыльевъ. Весь снарядъ вѣситъ 100 фунтовъ. Баварское правительство выдало изобрѣтателю снаряда 2000 фр. на производство дальнѣйшихъ опытовъ. По словамъ Коха его машиною удобно управлять даже противъ вѣтра.

В. Г.

Новый способъ покрыванія алюминія другими металлами предложенъ въ одномъ изъ послѣднихъ засѣданій берлинскаго физическаго общества Неезенемъ. Алюминій погружается въ растворъ щелочи или соляной кислоты. Когда начнутъ выдѣляться пузырьки водорода, его переносятъ въ растворъ сулемы, гдѣ онъ покрывается слоемъ амальгамы; отсюда его опять погружаютъ въ щелочь или кислоту и наконецъ, когда начнетъ выдѣляться водородъ,—въ растворъ соли того металла, которымъ желаютъ его покрыть. Металлъ столь прочно пристаётъ къ алюминію, что его можно полировать и даже обрабатывать напилькомъ.



Струнный органъ демонстрировался въ прошломъ году Гюмбелемъ въ засѣданіи гессенскаго общества естествоиспытателей. Струны приводятся въ вибрацію не молоточкомъ, а потокомъ воздуха. Сначала вдуваніемъ воздуха, приводятся въ движеніе металлическіе язычки, обклеенные сукномъ, а уже они дѣйствуютъ на струны. Тонъ можетъ быть вызванъ какой угодно силы, причемъ онъ очень нѣжный. (Bericht d. Oberh. Ges. für Natur-und Heilkunde. 29. p. 139. 1893).

Бхм. (Софія).

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

❖ Чествованіе памяти академика В. В. Петрова. 30-го декабря въ физической аудиторіи Имп. военно-медицинской академіи состоялось, подъ предсѣдательствомъ О. О. Петрушевскаго экстренное соединенное засѣданіе обоихъ отдѣловъ физико-химическаго общества, посвященное памяти академика Вас. Влад. Петрова, по случаю исполненія ста лѣтъ со времени поступленія его преподавателемъ физики въ медико-хирургическое училище (нынѣ военно-медицинская академія). Имя профессора, а впослѣдствіи академика Петрова долгое время оставалось въ забвеніи. Проф. Н. Г. Егоровъ первый розыскалъ ученые труды Петрова и обратилъ на нихъ вниманіе физиковъ въ актовой рѣчи, произнесенной имъ въ военно-медицинской академіи 18-го дек. 1889 года. Проф. Петровъ первый построилъ громаднѣйшій вольтовъ столбъ (въ 4200 паръ) и при помощи его произвелъ много опытовъ, изъ числа которыхъ самымъ интереснымъ является открытіе имъ вольтовой дуги между двумя древесными углями, сдѣланное въ 1802 году, т. е. на нѣсколько лѣтъ раньше Дэви, которому обыкновенно приписываютъ первенство этого открытія.

Въ настоящемъ засѣданіи проф. Егоровъ, сдѣлавъ краткій обзоръ трудовъ покойнаго академика, произвелъ рядъ чрезвычайно интересныхъ опытовъ надъ токами высокаго напряженія и частой перемежаемости, воспользовавшись для этихъ опытовъ токами альтернаторовъ электрической станціи \*) военно-медицинской академіи. Первый рядъ этихъ опытовъ былъ произведенъ съ токомъ въ 100 вольтъ при 25 амперахъ и 85 колебаніяхъ въ секунду. На желѣзный стержень надѣвалось мѣдное кольцо, лежавшее на бобинѣ, надѣтой на тотъ же стержень. При замыканіи тока кольцо это взлетало вверхъ и сбрасывалось съ стержня. Если на тотъ же стержень надѣть второе кольцо бѣльшаго діаметра и передвигать его по стержню рукою, то первое кольцо слѣдуетъ за нимъ. Если зажать оба кольца въ тиски у самой бобины, то они черезъ нѣсколько минутъ накаляются до красна. — Для второго ряда опытовъ станціонный токъ преобразовался въ токъ въ 10000 вольтъ при  $\frac{1}{5}$  ампера и 85 колебаніяхъ въ секунду. Получаемая при помощи этого тока воль-

\*) Въ память проф. Петрова станцію эту рѣшено назвать его именемъ.



това дуга въ 1 цм. длиною между двумя желѣзными проволоками, вставленными въ стекляный балонъ, наполненный воздухомъ, имѣетъ желтовато-оранжевый цвѣтъ и интересна въ томъ отношеніи, что представляетъ собою пламя азота въ кислородѣ, причемъ происходятъ окислы азота, наполняющіе балонъ. Опытъ этотъ впервые былъ произведенъ Круксомъ \*). Токъ этотъ не производитъ замѣтнаго фізіологическаго дѣйствія. Два ассистента брались каждый одною рукою за одинъ изъ полюсовъ трансформатора, а другою—за одинъ изъ борновъ калильной лампочки и зажигали такимъ образомъ лампочку. --Третій рядъ опытовъ былъ произведенъ съ токомъ чрезвычайно высокаго напряженія—до 300000 вольтъ при миллионѣ колебаній въ секунду. Токъ этотъ давалъ струю непрерывныхъ искръ въ  $\frac{1}{2}$  метра длиною, сопровождавшуюся сильнымъ трескомъ и запахомъ озона. Благодаря горячему току воздуха, производимому самою струей искръ, послѣдняя постепенно изгибается вверхъ, гаснетъ и снова появляется въ выпрямленномъ видѣ. Такой токъ также не производитъ замѣтнаго фізіологическаго дѣйствія: ассистенты безнаказанно брались руками за электроды, извлекали изъ нихъ искры, зажигали черезъ свои тѣла калильныя лампочки и т. п. При этомъ токѣ въ окружающемъ электродахъ воздухѣ наблюдаются тѣ же явленія, что и въ разрѣженномъ воздухѣ гейслеровыхъ трубокъ при употребленіи обыкновенной катушки Румкорфа. Если увеличить разстояние между электродами трансформатора, то искры уже не перескакиваютъ, а электроды и всѣ соединенные съ ними проводники окружаются фіолетовымъ сіяніемъ.

Всѣ приборы, при помощи которыхъ производились эти опыты, были собственноручно изготовлены проф. Егоровымъ и его ассистентами.

❖ Кавказскій отдѣлъ Имп. русскаго географическаго общества предполагаетъ въ скоромъ времени приступить къ магнитной съемкѣ всего Кавказскаго края.

❖ Воздушный полетъ во время сильной бури былъ произведенъ въ прошломъ году двумя офицерами бельгійской воздухоплавательной команды. Они поднялись изъ Намюра при весьма сильномъ вѣтрѣ. Вопреки ожиданіямъ, шаръ ихъ стало бросать изъ стороны въ сторону, онъ уклонялся отъ направленія вѣтра, останавливался на время и снова рвался впередъ, опускался и подымался, вертѣлся на одномъ мѣстѣ, а сидѣвшіе въ корзинѣ воздухоплаватели такъ же ощущали толчки урагана, какъ если бы находились у земной поверхности. Лишь поднявшись на 1000 метровъ шаръ полетѣлъ спокойно и въ 20 минутъ прошелъ 56 верстъ. Воздухоплаватели объясняютъ всѣ испытанные ими толчки отраженіемъ вѣтра вверхъ различными препятствіями, встречаемыми имъ на поверхности земли.

❖ Въ началѣ февраля текущаго года планета Венера будетъ въ особенно благопріятныхъ обстоятельствахъ для наблюденія. 2-го (14-го) февраля она взойдетъ за 43 минуты до восхода солнца и опустится за

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 152, стр. 167.



горизонтъ черезъ 43 мин. послѣ его захода, такъ что ни утренная, ни вечерняя заря не будутъ мѣшать наблюденіямъ. Эти благопріятныя условія будутъ продолжаться до 5-го февраля.

✧ Скончался 2-го января 1894 года въ Боннѣ Heinrich Hertz, извѣстный физикъ, открывшій электрическія волны. Въ слѣдующемъ номерѣ мы помѣстимъ его некрологъ.

✧ Землетрясеніе въ Ташкентѣ наблюдалось 24-го октября въ 8 ч. 30 м. утра по мѣстному времени и продолжалось около минуты. Въ нѣкоторыхъ домахъ звонили колокольчики, раскачивались висячія лампы, потрескалась штукатурка. Въ обсерваторіи остановились стѣнные звѣздные часы, установленные въ плоскости меридіана.

## С М Ъ С Ъ.

**Электричество въ обиходной жизни.** На всемірной выставкѣ въ Чикаго былъ устроенъ домъ, представлявшій наглядную картину тѣхъ удобствъ, практическаго осуществленія, которыхъ вѣроятно не придется долго ждать. Электрическая подъемная машина служила сообщеніемъ между всѣми этажами дома; всѣ находившіяся въ домѣ швейныя и другія машины приводились въ движеніе электричествомъ. Тепло на кухняхъ и въ ваннахъ и холодъ въ ледникахъ также доставлялись электричествомъ. Достаточно было отворить дверь комнаты, чтобы послѣдняя автоматически освѣтилась электрическими лампочками; такое же приспособленіе было устроено въ каждомъ шкапу для освѣщенія его внутренности.

**Новыя примѣненія электричества.** — Въ прошломъ году въ Парижѣ устроена электрическая карусель, имѣющая передъ обыкновенной то преимущество, что въ ней движенія коней не зависятъ другъ отъ друга и ѣздоки могутъ каждый ускорять или замедлять скорость своего движенія, а особое лицо, наблюдающее надъ общимъ движеніемъ, можетъ измѣнять и прекращать движеніе всѣхъ катающихся вмѣстѣ и cadaго въ отдѣльности. — Въ Англіи предложено мѣтить мясо электричествомъ. Опыты, произведенные надъ бараниной, показали, что электрическое мѣченіе не ускоряетъ разложенія мяса. — Электрическій мундштукъ для управленія лошадьми представляетъ собою приспособленіе для пропуска черезъ животное слабаго электрическаго разряда. Изъ описанія его не видно, какимъ образомъ онъ даетъ возможность управлять лошадьми.

## ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

По поводу „Изслѣдованій“ Кн. Б. Голицына. А. П. Соколова и А. Г. Столѣтова, профессоровъ Московскаго университета. Москва. 1893.



Нѣкоторыя физическія свойства мѣднаго купороса. П. Бахметьева. Спб. 1893.

Краткій курсъ прямолинейной тригонометріи. Составилъ К. Тороповъ, преподаватель Пермскаго Алексіевскаго реального училища. Пермь. 1894. Ц. 75 к. безъ пересылки.

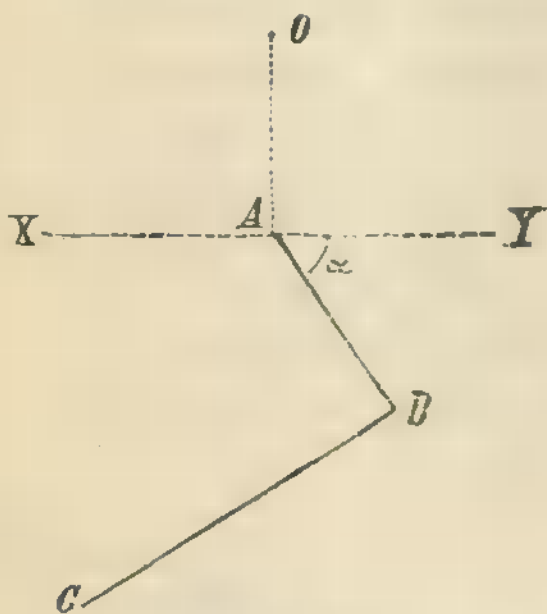
Начала космографіи (Математическая географія), учебникъ для среднихъ учебныхъ заведеній. Составилъ М. Попруженко, инспекторъ классовъ Оренбургскаго Неплюевскаго кадетскаго корпуса. Изд. кн. маг. В. В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 1 р.

## ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ ВЪ 1893 Г.

### Иваново-Вознесенское реальное училище.

(Московскій учебный округъ).

VII классъ (мехенико-технич. отд.). *Механика* (5 час.). Однород-



Фиг. 14.

ный, согнутый подъ прямымъ угломъ, неизмѣняемый пруть ABC подвѣшенъ на нити OA. Зная, что  $AB = m$  дюйм.,  $BC = n$  дюйм., опредѣлить уголъ  $\alpha$ , составляемый, при равновѣсіи, колѣномъ AB съ горизонтальной плоскостью  $xy$ .

(При задачѣ приложенъ чертежъ).

*Приложеніе алгебры къ геометріи* (4 час.). Въ кругъ радіуса  $R$  вписать равнобедренный треугольникъ, у котораго боковая сторона относится къ основанію, какъ  $m:n$ .

*Дополнительный курсъ алгебры* (4 час.). Въ треугольникъ, основаніе котораго есть  $b$ , а высота  $h$ , вписать прямоугольникъ такъ, чтобы площадь его была наибольшею.

VI классъ (основн. отд.). *Ариметика и геометрія* (3 ч. 30 м.). а). Купецъ приобрѣлъ два сорта чая, по 2,(5) руб. и по 4,(8) руб. за фунтъ. Затѣмъ  $\frac{4}{7}$  всего количества чая перваго сорта онъ смѣшалъ съ  $\frac{25}{54}$  всего количества чая втораго сорта, послѣ чего составилось 50 фунт. смѣси, которую, безъ прибыли и убытка, можно продавать по  $3\frac{1}{3}$  руб. за фунтъ. Узнать, сколько денегъ было у купца, если на покупку обоихъ сортовъ чая имъ употреблено лишь 5% всѣхъ его денегъ.

б). Въ прямомъ кругломъ конусѣ, высота котораго  $= h$ , чрезъ средину высоты проведено сѣченіе, параллельное основанію. Отношеніе радіуса сѣченія къ образующей конуса  $= m:n$ . Опредѣлить объемъ и полную поверхность конуса.

*Алгебра и тригонометрія* (3 ч. 30 м.) а). Сумму бесконечно нисходящей геометрической прогрессіи, у которой 1-й членъ  $= 20$ , а 3-й  $=$



$=2^2/9$ , раздѣлить на такія двѣ части, чтобы отношеніе произведенія этихъ частей къ суммѣ ихъ квадратовъ равнялось  $(13/6)^{-1}$ .

б). Рѣшить прямоугольный треугольникъ по суммѣ гипотенузы и катета, равной 60,268 дюйм., и острому углу  $40^\circ 15' 26''$ , прилежащему къ этому катету.

*Алгебра и геометрія* (30 ч. 30 м.). (На вычисленіе). а). Рѣшить уравненіе:

$$\frac{x^{-1}-1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} = 9x^{-1/2} - \frac{20}{x\sqrt{x}}.$$

б). Цилиндръ пересѣченъ плоскостью, параллельною оси и отстоящею отъ нея на 4 дюйм. Діагональ этого сѣченія  $=17$  дюйм., а площадь сѣченія  $=120$  кв. д. Определить высоту и радіусъ основанія цилиндра.

Сообщ. Д. Е.

## ЗАДАЧИ.

(Третья серія).

№ 7. Вдова должна раздѣлить оставшееся послѣ мужа наслѣдство въ 35000 рублей съ имѣющимъ родиться у нея ребенкомъ. Если это будетъ сынъ, то она получитъ вдвое меньше сына, если дочь—то вдвое больше дочери. У нея рождаются близнецы—сынъ и дочь. Какъ раздѣлить наслѣдство?

(Заимств.) В. Г. (Одесса)

№ 8. У меня есть часы, которые я завожу разъ въ сутки, тотчасъ послѣ того какъ они бьютъ 12 часовъ дня. За сутки гири ихъ опускаются каждая на 312 линій. Однажды, заведя ихъ, я ушелъ изъ дому и, возвратившись вечеромъ, замѣтилъ, что часы пробили столько разъ, на сколько линій одна гиря была выше другой. Определить, въ которомъ часу я вернулся домой, если извѣстно, что мои часы бьютъ только часы, и не бьютъ получасовъ.

А. Дмитриевскій (Цивильскъ).

№ 9. Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$2ax + a^2 = y^2,$$

гдѣ  $a$  есть цѣлое и положительное число. Какая геометрическая задача приводитъ къ этому уравненію?

Н. Николаевъ (Пенза).



№ 10. Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$x^y - 10x = y^x.$$

Е. Бунинскій (Одесса).

№ 11. Въ плоскости даннаго треугольника найти такую точку, чтобы сумма квадратовъ ея растояній отъ вершинъ даннаго треугольника была бы minimum.

Л. Заржецкій (Обольцы).

№ 12. Опреѣлить площадь треугольника по радіусамъ внутренняго вписаннаго и внѣ вписанныхъ въ него круговъ.

А. Петровъ (Красноярскъ).

### МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

№ 4. Даны два безконечныхъ ряда:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots \quad (1)$$

и

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + \dots \quad (2)$$

гдѣ  $n$  цѣлое и положительное число. Сравнивая почленно второй рядъ съ первымъ, убѣждаемся, что сумма его членовъ *больше* суммы членовъ перваго ряда. Между тѣмъ первый рядъ есть сумма всѣхъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, а второй—сумма нѣкоторыхъ цѣлыхъ и положительныхъ степеней тѣхъ же чиселъ, т. е. во второй рядъ входятъ не всѣ цѣлыя положительныя числа, а потому сумма членовъ второго ряда должна быть *меньше* суммы членовъ перваго ряда. Какъ разъяснить это противорѣчіе?

А. Петровъ (Красноярскъ).

### РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 282 (2 сер.). На прямой даны послѣдовательно четыре точки  $A, B, C$  и  $D$ . Черезъ  $A$  и  $B$  и черезъ  $C$  и  $D$  проведены двѣ окружности, касающіяся въ точкѣ  $M$ . Опреѣлить геометрическое мѣсто точки  $M$ .

Пусть радикальная ось касающихся окружностей пересѣкаетъ данную прямую  $AD$  въ точкѣ  $P$ . Тогда



$$\overline{PM}^2 = AP \cdot BP = DP \cdot CP,$$

откуда

$$\frac{AP}{DP} = \frac{CP}{BP} \text{ или } \frac{AD}{DP} = \frac{BC}{BP}, \text{ или } \frac{DP}{BP} = \frac{AD}{BC},$$

т. е. точка  $P$  постоянная, а такъ какъ  $\overline{PM}^2 = AP \cdot BP = \text{const}$ , то искомымъ геометрическимъ мѣстомъ будетъ окружность, описанная изъ  $P$  радиусомъ  $PM$ . Построеніе ея очевидно.

*К. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Буханцевъ* (Борисоглябскъ).

**№ 420** (2 сер.). Называя черезъ  $t$  и  $\tau$  линіи, соединяющія вершину угла въ треугольникѣ съ точками, дѣлящими противоположную сторону на три равныя части (терціаны треугольника), показать, что

$$t_a^2 + t_b^2 + t_c^2 = \tau_a^2 + \tau_b^2 + \tau_c^2.$$

Если  $a, b, c$  — стороны треугольника, то, очевидно, имѣемъ:

$$c^2 + \tau_b^2 = 2t_b^2 + 2(b/3)^2$$

$$t_b^2 + a^2 = 2\tau_b^2 + 2(b/3)^2.$$

Вычитая изъ перваго равенства второе и дѣля на 3, найдемъ

$$t_b^2 - \tau_b^2 = 1/3(c^2 - a^2),$$

откуда по аналогіи

$$t_a^2 - \tau_a^2 = 1/3(b^2 - c^2),$$

$$t_c^2 - \tau_c^2 = 1/3(a^2 - b^2).$$

Сложивъ три послѣднихъ равенства, получимъ требуемое соотношеніе.

*Б. Щиголевъ* (Курскъ); *А. П.* (Пенза); *П. Ивановъ* (Одесса); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *В. Шишаловъ* (с. Середа).

**№ 430** (2 сер.). Показать, что сумма квадратовъ трехъ соотвѣтственныхъ терціанъ треугольника отличается отъ суммы квадратовъ трехъ его медіанъ на  $1/36$  суммы квадратовъ трехъ его сторонъ.

Пусть  $t_a$  и  $\tau_a$ ,  $t_b$  и  $\tau_b$ ,  $t_c$  и  $\tau_c$  будутъ терціаны треугольника, а  $m_a$ ,  $m_b$ ,  $m_c$  — его медіаны.

На основаніи извѣстной теоремы о медіанѣ, получимъ:

$$t_a^2 + \tau_a^2 = 2m_a^2 + 1/18 a^2; t_b^2 + \tau_b^2 = 2m_b^2 + 1/18 b^2; t_c^2 + \tau_c^2 = 2m_c^2 + 1/18 c^2.$$

Складывая эти равенства и замѣчая, что  $t_a^2 + t_b^2 + t_c^2 = \tau_a^2 + \tau_b^2 + \tau_c^2$  (см. рѣш. зад. № 420 въ этомъ же №), легко получимъ:

$$t_a^2 + t_b^2 + t_c^2 - (m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) = 1/36(a^2 + b^2 + c^2).$$

*П. Ивановъ* (Одесса); *В. Шишаловъ* (с. Середа); *П. Хлѣбниковъ* (Тула).



**№ 431** (2 сер.). Показать, что сумма квадратов трех соответственных терціанъ треугольника относится къ суммѣ квадратовъ его сторонъ, какъ 7:9.

Сохраняя обозначенія предыдущей задачи и пользуясь теоремой о медіанѣ, найдемъ

$$b^2 + \tau_a^2 = 2t_a^2 + \frac{2}{9}a^2; c^2 + \tau_b^2 = 2t_b^2 + \frac{2}{9}b^2; a^2 + \tau_c^2 = 2t_c^2 + \frac{2}{9}c^2.$$

Складывая эти равенства и замѣчая, что  $\tau_a^2 + \tau_b^2 + \tau_c^2 = t_a^2 + t_b^2 + t_c^2$  (рѣш. зад. № 420), легко получимъ

$$t_a^2 + t_b^2 + t_c^2 = \frac{7}{9}(a^2 + b^2 + c^2).$$

*П. Ивановъ* (Одесса); *В. Шишалоу* (с. Середа); *П. Хлѣбниковъ* (Тула).

**№ 509** (2 сер.). Найти истинную величину выраженія

$$\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4aq + 4bq}}{2(a-b)}$$

при  $a=b$ .

Очевидно, что данное выраженіе есть корень уравненія

$$(a-b)x^2 + px + q = 0,$$

которое при  $a=b$  даетъ  $x = -\frac{q}{p}$ .

*О. Озаровская* (Спб.); *А. Охитовичъ* (Сарапулъ); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Е. Геншель*, *К. Щипольевъ*, *С. Адамовичъ* (Курскъ); *Р. Эйхлеръ* (Варшава).

---

**ЗАПОЗДАВШІЯ РѢШЕНІЯ** задачъ 2-й серіи получены отъ *Л. Заржецкаго* (Обольцы)—№№ 460, 465; *В. Буханцева* (Борисоглѣбскъ)—№ 470; *Р. Эйхлера* (Варшава)—№№ 435, 491; *А. Варенцова* (Ростовъ на Д.)—492, 516.

---

**ПОПРАВКА.**—Авторъ статьи: „Очеркъ геометрической системы Лобачевского“ проситъ насъ исправить слѣдующій недосмотръ въ его статьѣ. Во введеніи къ указанной статьѣ на стр. 127 (въ № 6 «Вѣстн.») напечатано: «Гауссъ обнаружилъ, что для того, чтобы одна поверхность могла быть развернута на другую, необходимо и достаточно, чтобы кривизны поверхностей были одинаковы въ точкахъ, приходящихъ въ совпаденіе». Изъ разсужденій Гаусса вытекаетъ только необходимость этого условія. Оно оказывается достаточнымъ въ томъ случаѣ, если поверхности имѣютъ постоянную кривизну. См. Darboux. Leçons sur la théorie générale des surfaces. T. III. l. VII. ch. II.

---

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій**.

---

Дозволено цензурою. Одесса, 28-го Января 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.



на ежемѣсячный журналъ, посвященный исклю-  
чительно одной шахматной игрѣ

# „ШАХМАТНЫЙ ЖУРНАЛЪ“

Подъ редакціей Э. И. ШИФФЕРСА.

**СОДЕРЖАНІЕ:** Переводныя выдающіяся статьи заграничныхъ шахматныхъ журналовъ. Постепенный переводъ руководства къ шахматной игрѣ Стейница, начатый въ 1891 г. Оригинальныя статьи, касающіяся дебютовъ, анализовъ, а также рассказы, воспоминанія и біографіи замѣчательныхъ шахматистовъ. Выдающіяся классическія партіи съ подробными примѣчаніями и анализами, какъ русскихъ, такъ и заграничныхъ маэстро. Хроника, знакомящая со всѣмъ выдающимся по шахматной игрѣ у насъ и за границею. Библіографія, сообщенія, корреспонденція. Этюды, задачи, преимущественно конкурсныя и концы партій.

Объемъ cadaго номера—2 печатныхъ листа.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:** на годъ съ доставкою и пересылкою въ Россіи и за границу—**6 руб.** На полгода **3 руб. 50 коп.** Отдѣльные номера по **75 коп.** Разсрочка по соглашенію съ редакціей. Для учебныхъ заведеній разсрочка съ уплатою по 1 руб. въ мѣсяцъ, впродъ до уплаты полной суммы. Роскошное изданіе на слововой бумагѣ, въ папкѣ,—**12 руб.**, безъ разсрочки.

Подписка принимается въ редакціи „Шахматнаго Журнала“: Петербургъ, Литейная, 46, книжный магазинъ Карбасникова и въ отдѣленіяхъ того же магазина: въ Москвѣ, Моховая, д. Коха, и въ Варшавѣ, Новый Свѣтъ, 67; а также и въ друг. книжныхъ магазинахъ и въ Петербургскомъ Шахматномъ клубѣ, Невскій, № 86.

Полный экземпляръ „Шахматнаго Журнала“ съ пересылкою и доставкою за 1891 годъ продается по **5 руб.**—за 1892 и 1893 годы по **6 руб.**; въ переплетѣ на **1 руб.** дороже.

Редакція „Шахматнаго Журнала“, въ видахъ способствованія и облегченія русскимъ любителямъ шахматной игры къ приобрѣтенію различныхъ шахматныхъ книгъ и принадлежностей, завела необходимыя сношенія съ русскими и заграничными книжными фирмами и мастерскими по производству шахматъ, досокъ, гуттаперчевыхъ приборовъ и т. п. Поэтому приглашаемъ всѣхъ русскихъ любителей шахматной игры обращаться съ своими требованіями непосредственно въ редакцію „Шахматнаго Журнала“ (Петербургъ, Литейная, 46). Цѣны на книги и предметы такія же, какія объявлены продавцами. Редакція не беретъ никакихъ коммисіонныхъ процентовъ за исполненіе порученій.



Поступили въ продажу новыя изданія редакціи „Вѣстника Опыт-  
ной Физики и Эл. Математики“.

*М. Попруженко.*

## О БЕЗКОНЕЧНОСТИ.

Цѣна съ пересылкою 30 коп. По каталогу № 91.

## ЛОГИЧЕСКАЯ МАШИНА ДЖЕВОНСА.

*И. Слешинскаго.*

Цѣна съ пересылкою 10 коп. По каталогу № 94.

*К. Чернышевъ.*

## Свойства поверхностей жидкихъ тѣлъ.

Цѣна съ пересылкою 35 коп. По каталогу № 95.

Вышло изъ печати и поступило въ продажу третье изданіе

## СБОРНИКА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

(СЪ ПРИМѢНЕНІЕМЪ ТРИГОНОМЕТРИИ)

для учениковъ 7-го и 8-го классовъ гимназій.

Составилъ **Н. СОРОКИНЪ**, преподаватель Кіево-Печерской гимназіи.

Кіевъ 1893. Цѣна Сборника 50 коп.

Второе изданіе Сборника одобрено Ученымъ Комитетомъ Министерства На-  
роднаго Просвѣщенія.

Складъ изданія: Кіево-Печерская гимназія.

3—3

ВЪ КНИЖНЫХЪ МАГАЗИНАХЪ

# И. А. РОЗОВА

ОДЕССА, Дерибасовская улица. ❖ КІЕВЪ, Крещатикъ, д. Марръ.

Имѣется въ продажѣ книга:

## МАКСУЭЛЬ,

## ТЕОРІЯ ТЕПЛОТЫ.

Переводъ съ 7-го англійскаго изданія А. КОРОЛЬКОВА,

цѣна 2 р. 25 к., съ пересылкой 2 р. 50 к. 3—2

# OCULAIRE VINOT

S'adaptant à toutes les lunettes, pour l'observation des  
astres, ne renversant pas les objets, susceptible de différentes  
puissances à volonté. Prix, 16 francs.

Lunette munie de cet oculaire. Prix, 40 francs.

Avec cette lunette, on peut voir l'anneau de Saturne.

J. VINOT, COUR DE ROHAN, PARIS.



Sur l'extraction des racines carrées par les moyennes. Par M. Aubry. Въ статьѣ

Sur la double inégalité inégalité  $ma^{m-1} > \frac{a^m - b^m}{a - b} > mb^{m-1}$  (Вѣст. Оп. Физ.

XV сем. Обз. J. E.) М. Aubry указаль методъ извлеченія квадратнаго корня изъ чиселъ, основанный на теоремѣ:

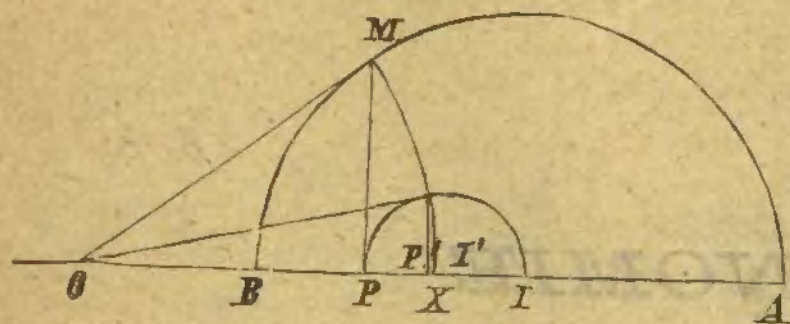
Если  $\alpha'$  и  $\beta'$  суть среднй арифметическое и гармоническое двухъ чиселъ  $\alpha$  и  $\beta$ ,  $\alpha''$  и  $\beta''$  — среднй арифметическое и гармоническое двухъ чиселъ  $\alpha'$  и  $\beta'$ ,  $\alpha'''$  и  $\beta'''$  — среднй арифметическое и гармоническое чиселъ  $\alpha''$  и  $\beta''$ , и т. д., то, при  $\alpha > \beta$ ,

$$\alpha > \alpha' > \alpha'' > \dots \sqrt{\alpha\beta} > \dots \beta'' > \beta' > \beta,$$

такъ что предѣлъ чиселъ  $\alpha'$  и  $\beta'$ ,  $\alpha''$  и  $\beta''$ ,  $\alpha'''$  и  $\beta'''$ , ... есть  $\sqrt{\alpha\beta}$ .

Въ разсматриваемой статьѣ авторъ даетъ два новыхъ доказательства этой теоремы, изъ которыхъ одно, геометрическое, состоитъ въ слѣдующемъ:

Пусть  $OA = \alpha$ ,  $OB = \beta$ ,  $I$  — середина  $AB$  (фиг. 21); опишемъ на  $AB$ , какъ на діаметрѣ полуокружность; изъ  $O$  проведемъ касательную къ ней  $OM$ ; изъ  $M$  опустимъ перпендикуляръ  $MP$  на  $AB$ ; на  $OA$  отложимъ  $OX = OM$ . Тогда  $OM = \sqrt{\alpha\beta}$ ,  $OI =$



Фиг. 21.

$= \frac{\alpha + \beta}{2} = \alpha'$ ,  $OP = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \beta'$ . Изъ построения очевидно, что  $OA > OI > OX > OP > OB$ ; слѣд.  $\alpha > \alpha' > \sqrt{\alpha\beta} > \beta' > \beta$ .

Опишемъ на  $PI$ , какъ на діаметрѣ, полуокружность; обозначимъ центръ ея чрезъ  $I'$  и изъ  $O$  проведемъ касательную къ ней

$OM'$ ; опустивъ изъ  $M'$  перпендикуляръ  $M'P'$  на  $AB$ , получимъ:  $OI' = \frac{\alpha' + \beta'}{2} =$

$$= \alpha'', \quad OP' = \frac{2\alpha'\beta'}{\alpha' + \beta'} = \beta''; \text{ но } OA > OI > OI' > OX > OP' > OP > OB; \text{ слѣд.}$$

$$\alpha > \alpha' > \alpha'' > \sqrt{\alpha\beta} > \beta'' > \beta' > \beta.$$

Такимъ образомъ, указанными построениями теорема доказывается вполнѣ.

**Théorème général des caractères de divisibilité.** Par M. S. Pellat. Пусть ...  $\epsilon\delta\gamma\beta\alpha$  есть цѣлое число, изображенное цифрами  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \dots$  при основаніи счисленія  $n$ , Обозначивъ чрезъ  $a$  разность (положит. или отриц.) между числомъ  $n$  и какимъ нибудь числомъ  $tn$ , кратнымъ  $n$ , получимъ:

$$\dots \epsilon\delta\gamma\beta\alpha = \alpha + \alpha(tn + a)^1 + \gamma(tn + a)^2 + \delta(tn + a)^3 + \dots;$$

на основаніи этого равенства доказывается слѣдующая теорема:

Числа  $\dots \epsilon\delta\gamma\beta\alpha$  и  $\alpha + \beta a^1 + \gamma a^2 + \delta a^3 + \dots$  при дѣленіи на  $n$  даютъ равные остатки.

Изъ этой теоремы, какъ слѣдствія, получаютъ слѣдующія:

1) Число, написанное по системѣ счисленія съ основаніемъ  $n$ , дѣлится на  $n$  (или на дѣлителей  $n$ ), если послѣдняя цифра его дѣлится на  $n$  (или на дѣлителей  $n$ ). То же число дѣлится на  $n^k$  ( $k$  цѣл. и полож.), если число, изображенное послѣдними  $k$  цифрами его, дѣлится на  $n^k$ .

Отсюда получаютъ признаки дѣлимости чиселъ на 10, на 5, на 2 и на степени этихъ чиселъ при десятичной системѣ счисленія.

2) Число, написанное по системѣ счисленія съ основаніемъ  $n$ , дѣлится на  $n-1$  (или на дѣлителей  $n-1$ ), если сумма цифръ его дѣлится на  $n-1$  (или на дѣлителей  $n-1$ ).

При десятичной системѣ счисленія отсюда получаютъ признаки дѣлимости на 9 и на 3.

3) Число, написанное по системѣ счисленія съ основаніемъ  $n$ , дѣлится на  $n+1$  (или на дѣлителей  $n+1$ ), если сумма цифръ, четныхъ по мѣсту начиная справа, безъ суммы остальныхъ цифръ дѣлится на  $n+1$  (или на дѣлителей  $n+1$ ).



При десятичной системѣ счисления отсюда выводится признакъ дѣлимости на 11.

Если число, написанное при основаніи счисления  $n$ , раздѣлить на грани по цифрѣ, начиная справа, и разсматривать каждую грань какъ одну цифру, то все число можно разсматривать какъ написанное по системѣ счисления съ основаніемъ  $n^k$ . На основаніи этого замѣчанія послѣднія двѣ теоремы обобщаются въ слѣдующія:

Число, написанное по системѣ счисления съ основаніемъ  $n$ , дѣлится на  $n^k - 1$  (или на дѣлителей  $n^k - 1$ ), если сумма граней этого числа по  $k$  цифрѣ, начиная справа, дѣлится на  $n^k - 1$  (или на дѣлителей  $n^k - 1$ ).

Число, написанное по системѣ счисления съ основаніемъ  $n$ , дѣлится на  $n^k + 1$  (или на дѣлителей  $n^k + 1$ ), если сумма четныхъ по мѣсту граней этого числа по  $k$  цифрѣ безъ суммы остальныхъ граней дѣлится на  $n^k + 1$  (или на дѣлителей  $n^k + 1$ ).

При десятичной системѣ счисления эти теоремы даютъ признаки дѣлимости на 7, 13, 37, 91, ...

**Exercices divers.** Par *M. A. Boutin*. (№№ 289—301). 1) Если сотни числа, оканчивающагося 13-ю, составляютъ число треугольное, то число это есть сумма квадратовъ двухъ послѣдовательныхъ чиселъ.

2) Сумма квадратовъ двухъ послѣдовательныхъ нечетныхъ чиселъ не можетъ быть полнымъ квадратомъ.

3) Единственные четыре послѣдовательныхъ нечетныхъ числа, сумма квадратовъ которыхъ есть полный квадратъ, суть—1, 1, 3 и 5.

4) Сумма квадратовъ четырехъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, составляющихъ арифметическую прогрессию съ нечетною разностью, не можетъ быть полнымъ квадратомъ.

5) Уравненія:

$$\begin{aligned} 3px^2 - 1 &= y^2, \\ 7px^2 - 1 &= y^2, \\ 5px^2 \pm 2 &= y^2, \\ 19px^2 - 30y^2 &= z^2 \end{aligned}$$

при  $p$  цѣломъ не имѣютъ цѣлыхъ рѣшеній.

Д. Е.

## L'ASTRONOMIE

№ 1.—1894.

**L'attraction chez les anciens.** *C. Flammarion*. У Плутарха встрѣчаются такія мѣста: „Луна не повинуется дѣйствию тяжести, такъ какъ этому противодѣйствуетъ скорость вращательнаго движенія.“ „Тяжелыя тѣла, которыя упали-бы внутрь земли, дойдя до центра, остановились-бы, даже если-бъ не встрѣтили никакого препятствія; если-бы скорость паденія заставила ихъ пройти чрезъ центръ, они бы возвратились и остановились въ центрѣ“. Данте называетъ центръ земли точкой, къ которой стремятся со всѣхъ сторонъ тяжелыя тѣла.

**Sélénographie.** Рисунки лунныхъ цирковъ *Фракастора*, сдѣланный *I.-Nér. Krieger*омъ, на которомъ изображены 29 новыхъ кратеровъ, *Клавія*—увеличенное въ 13 разъ изображеніе съ клише, полученнаго въ обсерваторіи *Lick*, и *Петавія*, сдѣланный въ обсерваторіи *Juvisy*.

**La voie lactée.** *C. F.* Новѣйшія попытки болѣе детальнаго изученія млечнаго пути.

**La photographie des nuages.** *I. R. Plumandon*. Голубой цвѣтъ неба и цвѣтъ облаковъ почти одинаково дѣйствуютъ на свѣточувствительную пластинку. Статья содержитъ описаніе способовъ устраненія вытекающаго изъ этого затрудненія (желтое стекло за объективомъ) и разныя техническія указанія.

**Où le jour change-t-il de nom?** *C. F.* Когда въ Парижѣ 12 ч. 1 м. пополуночи 1 октября, какое число въ его антиподахъ? Если вычислять время, двигаясь отъ Парижа къ В., то получимъ 12 ч. 1 м. пополудни 1 окт., если же станемъ вычислять двигаясь къ З., то получимъ 12 ч. 1 м. 30 сент. Должна существовать линія раздѣла, при переходѣ чрезъ которую день мѣняетъ свое названіе. Эта линія проходитъ къ З. отъ острововъ *Маріанскихъ* и *Каролинскихъ*, къ В. отъ *Ново-Гебридскихъ* и *Новой Каледоніи*. Поэтому когда 12 ч. 1 м. ночи суб. 1 окт. въ Парижѣ, то суб. 1 окт. къ В. отъ Парижа до этой линіи и пятница 30 С. къ З. до той-же линіи.

**L'heure universelle.** *L. Minot*.

**Nuages d'orage.** *Pierre Marty*.

**Société astronomique de France.** Séance de 6 Dec. 1893.

К. Смоличъ (Умань).